

Der Energiegewinn von Elektronen und die durch sie erzeugte harte Röntgen-Strahlung bei Thetapinch-Entladungen vor der Zündung

Von R. CHODURA und M. KEILHACKER

Aus dem Institut für Plasmaphysik GmbH, Garching bei München
(Z. Naturforschg. 17 a, 977—989 [1962]; eingegangen am 15. August 1962)

The following article deals with measurements on hard X-rays produced in thetapinch discharges before breakdown of the gas which often last for several halfcycles of the magnetic field. In order to explain the time-dependent intensity and energy of the X-rays, at first two possible spatial distributions of the electric field in a thetapinch-coil are discussed and the gain of energy of charged particles is calculated. The calculation shows that the adiabatic invariant $\mu = m^2 v^2 / (2 m_0 B)$ which gives the gain of energy as a function of the magnetic field B is proportional to $(|\dot{\omega}_g|^{1/2} t_0)^{-3}$ where $\dot{\omega}_g$ is the time-derivative of the gyrofrequency which is assumed to be constant and t_0 is the time between zero magnetic field and the start of the particle. Therefore the hard X-rays can be produced only by electrons which were existing in a small time interval around zero magnetic field of the order $|\dot{\omega}_g|^{-1/2}$. Because of the dependence of μ on the initial position of the particle the electrons have an energy distribution which is calculated under the assumption that all electrons are uniformly distributed initially over the cross-section of the coil.

From the measured time dependence of X-ray intensity the spatial distribution of the electric field in halfcycles before breakdown can be inferred. The ratio of the X-ray intensities with and without absorbers has been measured for different values of the time-dependent magnetic field and also for different steady bias magnetic fields by which the starting conditions (t_0) of the particles are altered. These ratios are in good agreement with corresponding theoretical values which are derived from the calculated energy distribution of the electrons. The experimental results show that in halfcycles before breakdown there exist different spatial distributions of the electric field depending on the rising density of charged particles.

Bei Thetapinch-Entladungen¹ wird in einer Spule, die ein gasgefülltes Gefäß umgibt, ein starkes, schnell ansteigendes Magnetfeld erzeugt. Dieses induziert ein elektrisches Feld, das zur Ionisierung und Zündung des Gases führt. Durch das weiter ansteigende äußere Magnetfeld wird das Gas komprimiert und aufgeheizt.

Während sich die meisten Veröffentlichungen über Thetapinch-Entladungen mit den Vorgängen nach der Zündung befassen, soll in dieser Arbeit das Stadium vor der Zündung, in dem die Ladungsträger gebildet werden, untersucht werden. Im ersten Teil der Arbeit wird nach einer Diskussion der räumlichen Verteilung des elektrischen Feldes in einer Thetapinch-Spule die Bewegung geladener Teilchen in diesen gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern und ihr Energiegewinn in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen berechnet. Daraus wird die Energieverteilung der Ladungsträger in der Spule abgeschätzt. Um diese theoretischen Überlegungen zu prüfen, wird im zweiten Teil der Arbeit

die harte RÖNTGEN-Strahlung untersucht, die bei Thetapinch-Entladungen in Halbwellen vor der Zündung beobachtet wird. Zeitlich aufgelöste Absorptionsmessungen zeigen, daß die RÖNTGEN-Strahlung von Elektronen erzeugt wird, deren Energie bis zu einigen 100 keV beträgt, während an der Spule eine Spannung von maximal 15 kV liegt. Die Elektronen laufen also mehrmals im elektrischen Feld der Spule um, ehe sie auf die Gefäßwand auftreffen und dort die RÖNTGEN-Strahlung erzeugen. Das gemessene Intensitätsverhältnis der RÖNTGEN-Strahlung mit und ohne Absorber wird zu verschiedenen Zeitpunkten mit dem Intensitätsverhältnis verglichen, das sich aus der für diesen Zeitpunkt berechneten Elektronenenergieverteilung ergibt. Dabei wird die vereinfachende Annahme gemacht, daß die auf die Gefäßwand auftreffenden Elektronen dieselbe Energieverteilung haben wie die Elektronen in der Spule. Um diesen Punkt klären zu können, wird zur Zeit in einer weiteren Arbeit² der Entstehungsort der RÖNTGEN-Strahlung und die Art des Teilchenverlustes untersucht.

¹ Ein zusammenfassender Bericht über den Thetapinch findet sich in: E. FÜNFER u. G. LEHNER, Plasmaphysik, Erg. exakt. Naturwiss. 34, 121 [1962].

² E. BARBIAN, Institut für Plasmaphysik GmbH, Garching, in Vorbereitung.



Theoretische Überlegungen

Feldverteilung in der Thetapinch-Spule

Wir nehmen an, daß im Innern der Thetapinch-Spule vor der Zündung ein annähernd homogenes, zeitabhängiges Magnetfeld $\mathfrak{B}(t)$ herrscht. Das zugehörige elektrische Feld \mathfrak{E} ist durch die Beziehungen

$$\text{rot } \mathfrak{E} = -\dot{\mathfrak{B}}, \quad \text{div } \mathfrak{E} = 0 \quad (1)$$

und durch Randbedingungen am Spuleninnenrand gegeben.

Die Gl. (1) werden durch

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} [r \dot{\mathfrak{B}}] + \text{grad } \Phi, \quad \Delta \Phi = 0 \quad (2)$$

gelöst³, wobei r den Ortsvektor bezüglich der Spulenachse und Φ eine Lösung der LAPLACE-Gleichung darstellen.

Für die Formulierung der Randbedingung von \mathfrak{E} gehen wir von einer Spule aus, die nur eine Windung und eine Zuführung besitzt (Abb. 1). Sind die

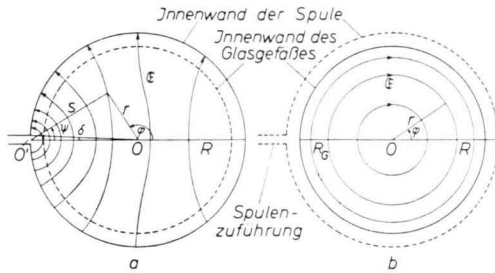


Abb. 1. Verlauf des elektrischen Feldes \mathfrak{E} in einer Thetapinch-Spule für $\dot{B} > 0$. a) Feldverteilung ohne Ladungsträger im Spuleninnenraum. b) Feldverteilung im Innern des Glasgefäßes bei Abschirmung der Normalkomponente des Feldes durch Ladungsträger an der Glasoberfläche.

Leitfähigkeit σ des Spulenmaterials, die Frequenz ω des Spulenstroms und der Spuleninnenradius R so groß, daß

$$\sqrt{4\pi\omega\sigma}R \gg 1 \quad (3)$$

ist, so lautet die Randbedingung am Radius $r=R$:

$$\begin{aligned} E_\varphi &= 0 & \text{für } -\pi + \delta \leq \varphi \leq \pi - \delta, \\ E_\varphi &= -\frac{1}{2} R \dot{B} \pi / \delta & \text{für } \pi - \delta < \varphi < \pi \\ & & \text{und } -\pi < \varphi < -\pi + \delta. \end{aligned} \quad (4)$$

Hierbei sind r , φ und z Zylinderkoordinaten bezüglich des Achsenpunktes O in Abb. 1, $B = \mathfrak{B}_z$ bzw. $B = \dot{\mathfrak{B}}_z$ sind die Komponenten von \mathfrak{B} bzw. $\dot{\mathfrak{B}}$ in Richtung der z -Achse.

Löst man die Potentialgleichung in (2) mit diesen Randbedingungen, so erhält man im Grenzfall $\delta \rightarrow 0$ für das elektrische Feld im Spuleninnern:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \frac{1}{2} [r \dot{\mathfrak{B}}] + \text{grad } \Phi, \\ \Phi &= R^2 \dot{B} \arctg \frac{(r/R) \sin \varphi}{1 + (r/R) \cos \varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Den Feldverlauf von \mathfrak{E} nach Gl. (5) zeigt Abb. 1 a. Das Potentialfeld $\text{grad } \Phi$ wird durch Oberflächenladungen an der Spuleninnenwand bewirkt.

Sind andererseits im Spuleninnern durch irgendwelche Ionisierungsvorgänge bereits Ladungsträger geschaffen, dann können diese entweder durch Stöße oder beim Nulldurchgang des Magnetfeldes den elektrischen Feldlinien folgen und sich an der Wand des Glasgefäßes anlagern. Das kann so lange geschehen, wie am Gefäßrand noch eine senkrechte \mathfrak{E} -Feldkomponente aufrechterhalten bleibt. Mit zunehmender Leitfähigkeit muß daher diese Komponente verschwinden, und man erhält in diesem Fall als Randbedingung für \mathfrak{E} :

$$E_r = 0 \quad \text{für } r = R_G. \quad (6)$$

Daraus folgt $\Phi = \text{const}$ im Innern der Spule, d. h. das Potentialfeld der Oberflächenladungen der Spuleninnenwand wird vollständig abgeschirmt durch Ladungen an der Gefäßwand, es bleibt nur das azimutale Ringfeld

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} [r \dot{\mathfrak{B}}] \quad (7)$$

im Gefäßinnern bestehen (Abb. 1 b).

Für das folgende ist nur die Kenntnis des elektrischen Feldes während eines kurzen Zeitintervalls um den Nulldurchgang von $B(t)$ nötig. Es kann daher die Frage außer acht gelassen werden, ob der erwähnte Abschirmeffekt später bei Änderungen von B aufrechterhalten bleibt.

Teilchenbewegung

Die Bewegung eines geladenen Teilchens im elektromagnetischen Spulenfeld ohne Berücksichtigung von Wechselwirkungen mit anderen geladenen oder ungeladenen Teilchen ist für ein \mathfrak{E} -Feld der Gl. (7) und $B(t) \sim t^2$ in geschlossener Form lösbar. Für den allgemeinen Fall der Gl. (5) sind die Bewegungsgleichungen wesentlich komplizierter, und wir möchten dafür nur eine qualitative Beschreibung geben.

Wir betrachten ein Teilchen, das zu einem bestimmten Anfangszeitpunkt $t = t_0$ in Ruhe ist,

$$v(t_0) = 0.$$

³ J. E. ALLEN u. S. E. SEGRE, NUOVO Cim. **21**, 980 [1961].

Dann zerfällt die Bewegung dieses Teilchens in 2 Phasen:

1. in die Phase der linearen Beschleunigung durch das \mathcal{E} -Feld allein, während derer die magnetischen Kräfte auf das Teilchen wegen der geringen Geschwindigkeit v noch vernachlässigbar sind:

$$v|B| \ll E, \quad E = |\mathcal{E}|, \quad (8)$$

2. in die Gyrationphase, während derer die Wirkung des Magnetfeldes überwiegt und das elektrische Feld nur als kleine Störung der Gyrationbewegung wirkt, die eine Drift des Gyrationzentrums verursacht:

$$v|B| \gg E. \quad (9)$$

Durch die Gleichung $v|B| = E$ (10)

wird größenordnungsmäßig ein Zeitpunkt t_1 definiert, zu dem die eine Bewegungsphase in die andere übergeht.

Vernachlässigt man die Beschleunigung auf Grund von Feldlinienkrümmungen, so gilt größenordnungsmäßig

$$v \approx (|e|/m) E(t - t_0), \quad (11)$$

e bzw. m = Teilchenladung bzw. -Masse und die Bedingung (10) geht über in

$$|\omega_g(t_1)| (t_1 - t_0) = 1, \quad \omega_g(t) = eB(t)/m. \quad (12)$$

Für ein linear mit der Zeit veränderliches Magnetfeld ist

$$B(t) = \dot{B} t, \quad \dot{B} = \text{const} \quad (13)$$

und daher auch $E = \text{const}$ bezüglich der Zeit.

Gl. (12) geht dann über in

$$|\dot{\omega}_g t_1| (t_1 - t_0) = 1 \quad (12')$$

mit $\dot{\omega}_g = e\dot{B}/m = \text{const}$. Dabei ist es ausreichend, wenn \dot{B} im Zeitintervall $t_1 - t_0$ als konstant angesehen werden darf. $t_1 - t_0$ ist das Zeitintervall, in dem das Teilchen annähernd nur vom \mathcal{E} -Feld bewegt wird; es ist unabhängig von der Feldstärke E .

Dieses Zeitintervall wird natürlich um so kleiner, je größer das Magnetfeld zur Zeit t_0 des Loslaufens des Teilchens bereits war. Das Zeitintervall wird am größten für einen Bewegungsbeginn t_0 kurz vor dem Nulldurchgang ($t=0$) des Magnetfeldes, weil dann das Teilchen in einem zunächst abnehmenden Magnetfeld beschleunigt wird und erst nach dem Nulldurchgang des Magnetfeldes auf eine Gyrationbahn umgelenkt werden kann. Abb. 2 zeigt dieses Verhalten qualitativ.

Für das reine Wirbelfeld nach Gl. (7) ohne überlagertes Potentialfeld läßt sich der Bewegungsvor-

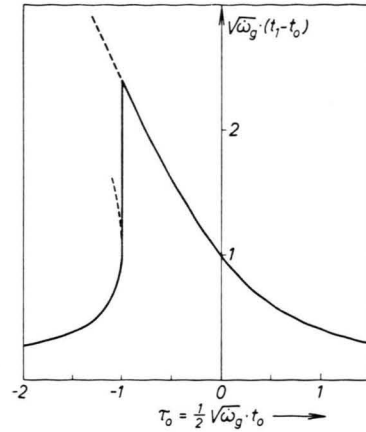


Abb. 2. Dauer der Beschleunigungsphase $t_1 - t_0$ der Ladungsträger in Abhängigkeit von der Zeit t_0 zwischen Bewegungsbeginn und Nulldurchgang des Magnetfeldes.

gang exakt beschreiben. Legt man den Ort des Teilchens r, φ in der Ebene senkrecht zur Spulenachse durch die komplexe Koordinate

$$u = r e^{i\varphi} \quad (14)$$

fest, so läßt sich die Bewegungsgleichung für nicht-relativistische Geschwindigkeiten folgendermaßen formulieren:

$$\ddot{u} + i\omega_g \dot{u} + \frac{1}{2} i \dot{\omega}_g u = 0. \quad (15)$$

Für einen zeitlichen Verlauf von B nach Gl. (13) lautet die Lösung dieser Differentialgleichung:

$$u = \sqrt{\tau} e^{-i\tau^2} (C_1 J_{1/4}(\tau^2) + C_2 J_{-1/4}(\tau^2)), \quad (16)$$

mit

$$\tau = \frac{1}{2} \sqrt{\dot{\omega}_g} t.$$

C_1 und C_2 sind beliebige komplexe Konstanten, die durch die Anfangsbedingungen bestimmt werden müssen, J sind BESSEL-Funktionen.

Für die Anfangsbedingung

$$u(t_0) = u_0, \quad |u_0| = r_0, \quad \dot{u}(t_0) = 0 \quad (17)$$

geht die Lösung (16) unter der Bedingung (8) in die Gleichung einer linear beschleunigten Bewegung

$$u = u_0 (1 - i(\tau - \tau_0)^2) \quad (18)$$

über, unter der Bedingung (9) dagegen in die Gleichung

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \tau^{-1/2} \{ [C_1 e^{-i3\pi/8} + C_2 e^{-i\pi/8}] + e^{-2i\tau^2} [C_1 e^{i3\pi/8} + C_2 e^{i\pi/8}] \},$$

$$C_1 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \tau_0^{3/2} e^{i\tau_0^2} u_0 (J_{3/4}(\tau_0^2) + i J_{-1/4}(\tau_0^2)), \quad (19)$$

$$C_2 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \tau_0^{3/2} e^{i\tau_0^2} u_0 (J_{-3/4}(\tau_0^2) - i J_{1/4}(\tau_0^2)),$$

deren erster Summand die radiale Drift und deren zweiter Summand die Gyrationbewegung beschreiben.

Energiegewinn der Teilchen in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen

Entsprechend dem Bewegungsverlauf erfolgt auch der Energiegewinn eines Teilchens im Verlauf seiner Bewegung in zwei Phasen.

Zu Beginn der Bewegung bis etwa zum Zeitpunkt t_1 wird das Teilchen nach Gl. (11) annähernd gleichmäßig beschleunigt, seine kinetische Energie nimmt also entsprechend

$$W = (e^2/2m) E^2(t-t_0)^2 \quad (20)$$

zu. (Dabei ist zusätzlich vorausgesetzt, daß die Teilchenenergie in dieser Bewegungsphase nicht relativistisch wird.)

In der zweiten Phase ($t > t_1$) gewinnt das Teilchen seine Energie hauptsächlich aus der Gyrationbewegung im Wirbelfeld. Die Energieänderung in dieser Gyrationbewegung ist näherungsweise gegeben durch die Beziehung:

$$W = \mu |B|, \quad \mu = \frac{m v^2}{2|B|} = \text{const} \quad (21)$$

bei nicht-relativistischer Energie W , bzw.:

$$W = m_0 c^2 \left(\sqrt{\frac{2\mu|B|}{m_0 c^2} + 1} - 1 \right), \quad (22)$$

$$\mu = m^2 v^2 / (2m_0 |B|) = \text{const}$$

bei relativistischer Energie W (m_0 = Ruhemasse des Teilchens).

Die adiabatische Konstante μ hängt davon ab, wieviel Energie dem Teilchen in der vorhergegangenen Beschleunigungsphase bis zum Zeitpunkt t_1 zugeführt wurde. Hat das Teilchen zu diesem Zeitpunkt noch nicht-relativistische Energie, so ist nach Gl. (20)

$$W(t_1) = (e^2/2m) E^2(t_1 - t_0)^2$$

und somit nach Gl. (21)

$$\mu = \frac{W(t_1)}{|B(t_1)|} = \frac{(e^2/2m) E^2(t_1 - t_0)^2}{|\dot{B} t_1|}. \quad (23)$$

Die weitere Energieänderung bei Veränderung von B kann dann nach Gl. (21) bzw. (22) bestimmt werden.

Der Wert der adiabatischen Konstanten μ , der sich im Verlauf der Bewegung eines Teilchens nach Gl. (23) einstellt, hängt also neben anderem von der Lage des Anfangszeitpunktes t_0 der Bewegung

bezogen auf den Zeitpunkt des Nulldurchganges des Magnetfeldes ab. Ist $t_0 \gg 1/|\dot{\omega}_g|$, so fällt μ wegen Gl. (12') wie $1/t_0^3$ gegen Null ab. Daraus folgt, daß nur solche Teilchen ein nennenswertes μ und damit hohe Energie im Verlauf ihrer Gyrationbewegung gewinnen können, die ihre Bewegung bis zu einem Zeitpunkt der Größenordnung $1/|\dot{\omega}_g|$ nach dem Nulldurchgang des Magnetfeldes begonnen hatten. Teilchen, die — etwa durch ionisierende Stöße — nach diesem Zeitpunkt entstehen, kommen für die Erzeugung harter RÖNTGEN-Strahlen nicht mehr in Frage.

Im Fall des reinen Wirbelfeldes Gl. (7) kann man die kinetische Energie des Teilchens aus der Lösung der Bewegungsgl. (16) exakt bestimmen. Abb. 3

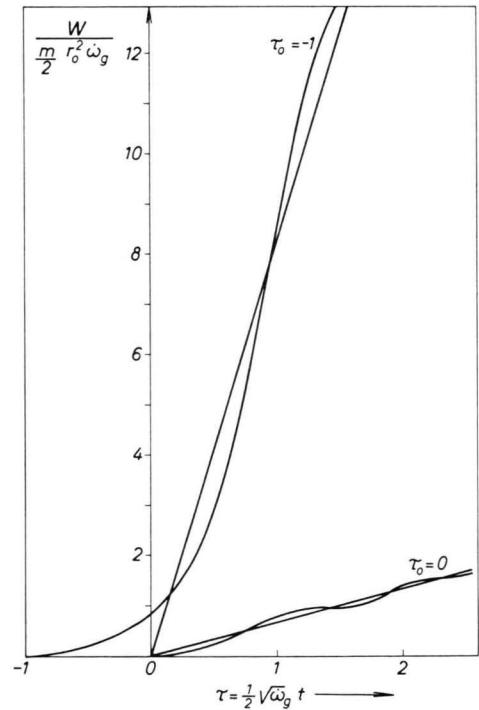


Abb. 3. Energiezunahme eines Ladungsträgers in einem linear mit der Zeit ansteigenden homogenen Magnetfeld im Bereich nichtrelativistischer Energie für ein elektrisches Feld nach Abb. 1 b und $\tau_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\dot{\omega}_g} t_0 = 0$ bzw. $\tau_0 = -1$. Die eingezeichneten Geraden zeigen die Näherung $\mu = \text{const}$.

zeigt den zeitlichen Energieverlauf für zwei Werte der Anfangszeit t_0 bei nicht-relativistischer Energie. Die Energie wächst zunächst quadratisch mit der Zeit entsprechend Gl. (20) für die Beschleunigungsphase. Im weiteren Verlauf schwingt sie um eine Gerade, die durch Gl. (21) und (13) gegeben ist, und der sie sich mit zunehmender Zeit immer mehr nähert.

hert. Der exakte Wert der adiabatischen Konstanten μ ist in diesem Fall gegeben durch

$$\mu = \frac{|e|}{2\pi} \sqrt{|\dot{\omega}_g|} |C_1 + e^{-i\pi/4} C_2|^2, \quad (24)$$

wobei C_1 und C_2 nach Gl. (19) von der Anfangszeit der Bewegung t_0 des Teilchens abhängen. Abb. 4 zeigt diese Abhängigkeit $\mu(t_0)$.

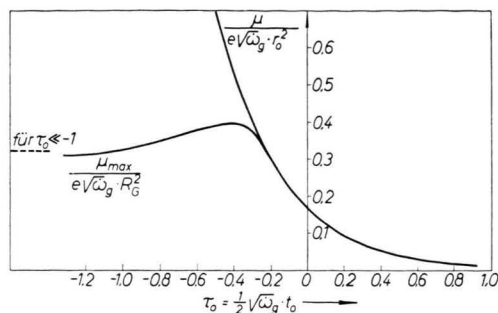


Abb. 4. Adiabatische Invariante μ eines Teilchens, das zum Zeitpunkt t_0 am Ort r_0 losläuft. μ_{\max} ist der größte Wert von μ , den Teilchen gewinnen können, ohne die Gefäßwand ($r=R_G$) zu treffen.

Energieverteilung der Teilchen

Die Energie eines Einzelteilchens hängt nach den Gln. (21), (22) und (23) von \dot{B} im Augenblick des Nulldurchganges des Magnetfeldes und von der Stärke B des Magnetfeldes im Augenblick der Beobachtung ab, aber wegen der Inhomogenität von E auch vom Anfangsort des Teilchens. Außerdem hängt die Energieverteilung der Teilchen auch von der Geometrie der begrenzenden Wände ab, da wir ein Teilchen, das im Verlauf seiner Bewegung mit der Wand kollidiert, als verloren annehmen.

Es soll die Energieverteilung von Ladungsträgern abgeschätzt werden, die zunächst in einem homogenen, konstanten Magnetfeld B_0 annähernd ruhen und mit gleichmäßiger Dichte n_0 über das ganze Spulenvolumen verteilt sind. Zur Zeit $t=t_0$ wird ein linear mit der Zeit veränderliches Magnetfeld überlagert (s. Abb. 5). Der Zeitpunkt des wirklichen

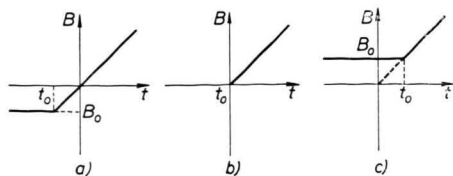


Abb. 5. Änderung der Anfangsbedingung t_0 der Ladungsträger bei Überlagerung eines konstanten Magnetfeldes B_0 . a) $B_0, t_0 < 0$, b) $B_0, t_0 = 0$, c) $B_0, t_0 > 0$.

(Abb. 5 a u. b) oder virtuellen (Abb. 5 c) Nulldurchgangs von B sei $t=0$.

Während der Beschleunigungsphase können Teilchen an die Gefäßwand laufen. Zur Abschätzung dieses Anteils nähern wir das elektrische Feld \mathcal{E} nach Gl. (5), das in Abb. 1 a dargestellt ist, durch ein ringförmiges Feld E_ψ um den Punkt O' in Abb. 1 a an, dessen Stärke durch Gl. (5) für $\psi=0$ gegeben ist:

$$E_\psi = \frac{1}{2} R \dot{B} \left(1 + \frac{2R}{s} - \frac{s}{R} \right). \quad (25)$$

Dabei wird mit s der Abstand von O' bezeichnet. Wir nehmen weiter an, daß die Teilchen annähernd den \mathcal{E} -Feldlinien folgen. Als verloren gelten alle Teilchen, die während der Zeit $t_0 \leq t \leq t_1$ die Wand erreichen können. Nach der Zeit $t=t_1$ wird es im allgemeinen keine Wandstöße mehr geben, weil dann die Driftgeschwindigkeit am Spulenrand parallel zur Berandung verläuft.

Die Energieverteilung der Teilchen bei einem Magnetfeld B ist dann gegeben durch:

$$dN = n_0 s_0 \left[2 \arccos \frac{s_0}{2R} - \frac{|\dot{\omega}_g| (t_1 - t_0)^2}{4} \cdot \frac{R}{s_0} \left(1 + \frac{2R}{s_0} - \frac{s_0}{R} \right) \right] \left| \frac{ds_0}{dW} \right| dW. \quad (26)$$

Darin ist dN die Teilchenzahl pro cm Spulenlänge im Energieintervall dW , s_0 ist der Anfangsort eines Teilchens, er ist über Gl. (25), (23) und (21) bzw. (22) mit W verknüpft. s_0 variiert zwischen

$$s_1 \leq s_0 \leq 2R,$$

wobei s_1 die Nullstelle des Klammerausdrucks [] in Gl. (26) bedeutet. Alle Teilchen mit $s_0 < s_1$ laufen während der Beschleunigungsphase an die Gefäßwand. Gefäßradius und Spulenradius wurden beide als annähernd gleich R angenommen.

Man kann die Verteilung (26) übersichtlicher in dimensionslosen Größen darstellen, nämlich als Funktion

$$\frac{dN^*}{dW^*} = F(W^*, W_0^*, \tau_0) \quad (27)$$

von $W^* = W / (m_0 c^2)$,

$$W_0^* = e \sqrt{\dot{\omega}_g} R^2 B(t) / (m_0 c^2)$$

und $\tau_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\dot{\omega}_g} t_0$ (28)

mit $dN^* = dN / (n_0 R^2 \pi)$.

Der Parameter τ_0 gibt dabei die Zeit des Beschleunigungsbeginns an, der Parameter W_0^* enthält das Magnetfeld zur Beobachtungszeit t . Abb. 6 (gestrichelte Kurven) zeigt die Verteilungsfunktion Gl.

(26) für $\tau_0 = 0$ und $W_0^* = 1$ bzw. $W_0^* = 4$ sowie für $\tau_0 = -1$ und $W_0^* = 1$.

Für das zylinder-symmetrische Feld Gl. (7) lautet die Energieverteilung

$$dN = n_0 R^2 \pi \frac{W/(m_0 c^2) + 1}{\mu(R) |B|} dW. \quad (29)$$

Dabei ist $\mu(R) = \mu(r_0 = R)$ durch Gl. (24) und (19) gegeben.

Abb. 6 (ausgezogene Kurven) zeigt die Energieverteilung nach Gl. (29) für die gleichen Parameter wie vorher.

Die Teilchenenergie W ist wiederum nach oben beschränkt durch die Forderung, daß die Teilchenbahnen innerhalb des Gefäßvolumens verlaufen müssen. Es ist

$$0 \leq W \leq W(\mu_{\max}),$$

wobei μ_{\max} das magnetische Moment eines Teilchens mit der äußersten noch zugelassenen Teilchenbahn bedeutet. μ_{\max} ist in Abb. 4 dargestellt.

Versuchsanordnung

Bei Entladungen am Thetapinch, dessen Schaltung in Abb. 7 dargestellt ist, wurde die auftretende harte RÖNTGEN-Strahlung untersucht. Bei einer Ladespannung

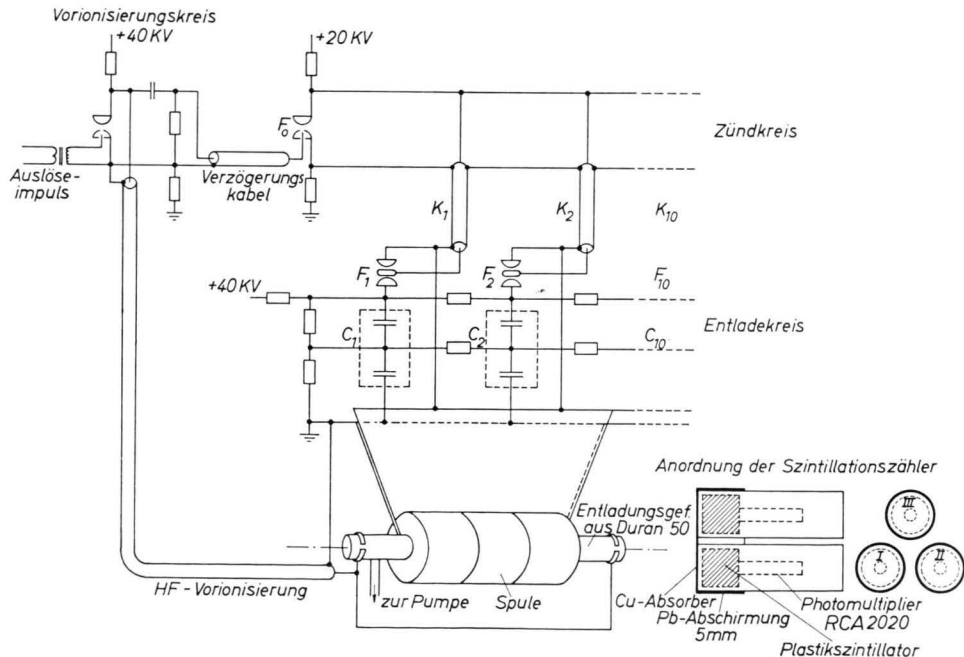
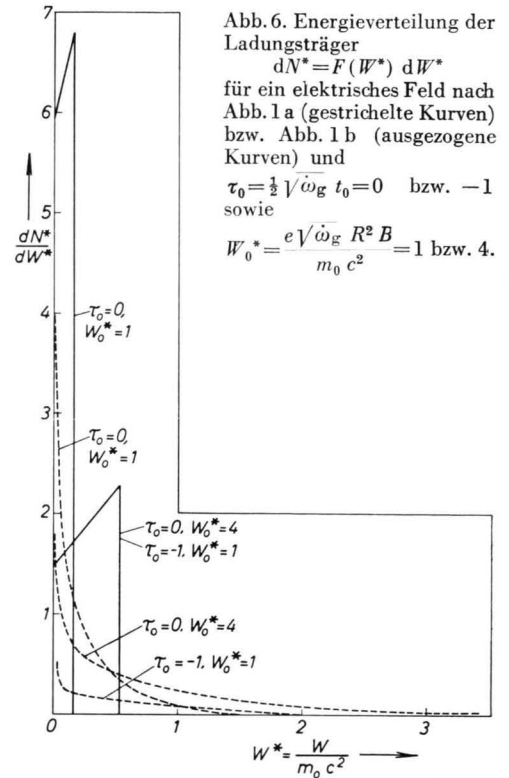


Abb. 7. Schaltskizze der Thetapinch-Entladung und Anordnung der Szintillationszähler.

Im Seitenriß der Szintillationszähler wurde die 5 mm Pb-Abschirmung auf den Innenseiten versehentlich nicht mit eingezeichnet; außerdem ist der Cu-Absorber in der Mitte unterbrochen zu denken.

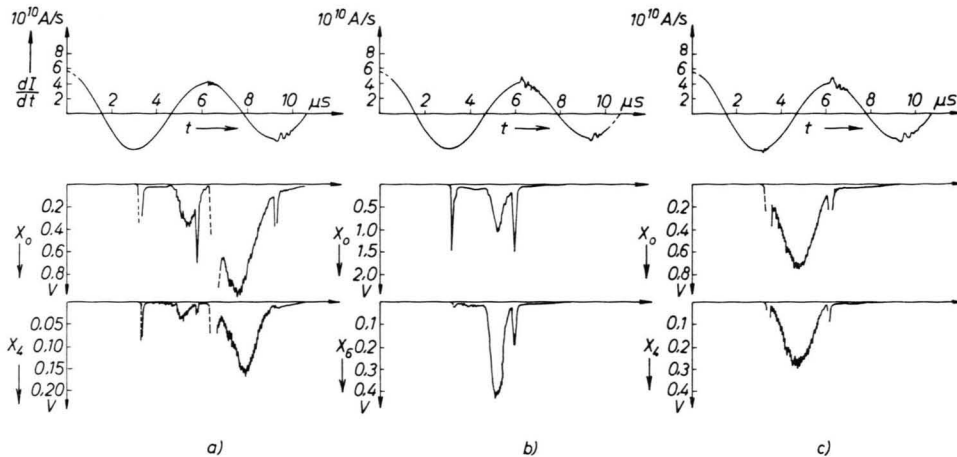


Abb. 8. Zeitlicher Verlauf der Stromänderung dI/dt und der Intensität der harten RÖNTGEN-Strahlen ohne (X_0) und mit Kupferabsorber (X_4 bzw. X_6) in Abhängigkeit vom Druck: a) $1 \cdot 10^{-2}$ Torr; b) $2,5 \cdot 10^{-2}$ Torr; c) $3 \cdot 10^{-2}$ Torr.

von 40 kV war in den zehn parallel geschalteten Kondensatoren eine Energie von 26 kJ gespeichert. Bei einer Spulenlänge von 30 cm und einem Spulendurchmesser von 5,2 cm waren das maximale Magnetfeld 53 kG, sein maximaler Anstieg $6 \cdot 10^{10}$ G/sec und die Schwingungsdauer der Entladung 6,2 μ sec. Das Gas wurde meistens durch eine hochfrequente Kabelentladung vorionisiert.

Mit drei Plastiksintillationszählern (3,4 g p-Terphenyl in 1 l Polyvinyltoluol gelöst, Abmessung 7,5 cm ϕ \times 7,5 cm, Photomultiplier RCA 2020) wurde der zeitliche Verlauf von Intensität und Härte der RÖNTGEN-Strahlung gemessen. Dazu waren zwei Szintillationszähler an der Stirnseite mit Kupferabsorbern versehen, während alle drei seitlich mit einem 5 mm starken Bleizylinder abgeschirmt waren. Die drei Szintillationszähler befanden sich in 17–37 cm Abstand vom Spulenende in der in Abb. 7 skizzierten Stellung.

Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

Zeitlicher Intensitätsverlauf der harten RÖNTGEN-Strahlung

Die Versuche wurden in Wasserstoff oder Deuterium bei einem Druck zwischen 0,5 und $8 \cdot 10^{-2}$ Torr durchgeführt. Abb. 8 zeigt den zeitlichen Intensitätsverlauf der harten RÖNTGEN-Strahlung bei Drucken zwischen $1 \cdot 10^{-2}$ und $3 \cdot 10^{-2}$ Torr zusammen mit der Stromänderung dI/dt . Es treten zwei typische Formen von RÖNTGEN-Impulsen auf: Einmal sehr steil ansteigende, exponentiell abfallende, einige 10^{-7} sec dauernde RÖNTGEN-Impulse, die etwa zur Zeit des Nulldurchgangs des Spulenfeldes beginnen, zum anderen glockenförmige Impulse, die sich fast über die ganze Halbwelle, also über einige 10^{-6} sec,

erstrecken und oft dem Spulenfeld proportional sind. In Halbwellen mit starker RÖNTGEN-Emission geht der erste Impuls in den zweiten über.

Der steile RÖNTGEN-Impuls um den Nulldurchgang des Magnetfeldes hat – verglichen mit dem glockenförmigen Impuls – eine geringe Härte. Seine große Intensität rührt also daher, daß zu dieser Zeit sehr viele Elektronen auf das Entladungsgefäß auftreffen.

Die lang andauernden glockenförmigen RÖNTGEN-Impulse können nur bei verhältnismäßig langen Spulen oder bei Spulen mit magnetischen Spiegeln beobachtet werden, wobei allerdings schon ein geometrisches Spiegelverhältnis von 1:1,1 genügen kann. Abb. 9 zeigt, wie die glockenförmigen Impulse bei Verkürzung der Spule von 30 auf 20 und 10 cm verschwinden und nur noch die beim Nulldurchgang des Magnetfeldes steil ansteigenden, kürzeren Impulse übrigbleiben. Bei der 20 cm-Spule werden bei einem Druck von $3 \cdot 10^{-2}$ Torr keine glockenförmigen Impulse mehr beobachtet, während sie beim Druck von $1 \cdot 10^{-2}$ Torr, wo die RÖNTGEN-Intensität im allgemeinen größer ist, in der 3. und 4. Halbwelle noch ziemlich unverändert auftreten, in der intensitätsschwächeren 2. Halbwelle allerdings auch schon verschwunden sind. Bei der 10 cm-Spule sind dann auch bei diesem Druck keine glockenförmigen RÖNTGEN-Impulse mehr zu sehen.

Wie Abb. 8 und 9 zeigen, treten die glockenförmigen RÖNTGEN-Impulse sowohl eine oder mehrere Halbwellen vor der Zündung des Gases als auch in der ersten Halbwelle nach der Zündung auf, wobei unter Zündung der Zeitpunkt verstanden werden soll,

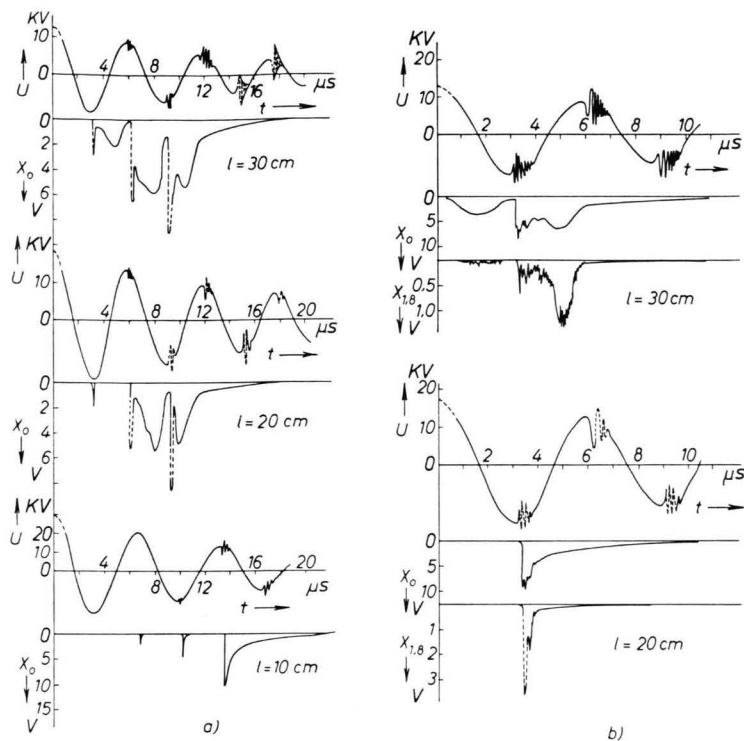


Abb. 9. Zeitlicher Verlauf der Spannung an der Spule U und der Intensität der harten RÖNTGEN-Strahlung X in Abhängigkeit von der Spulenlänge l bei verschiedenen Drucken:
a) $1 \cdot 10^{-2}$ Torr; b) $3 \cdot 10^{-2}$ Torr.

zu dem eine auf den dI/dt - bzw. U -Kurven deutlich als Schwingung sichtbare Kompression des Plasmas beginnt. Die Intensität dieser Impulse nimmt vor der Zündung stets von Halbwelle zu Halbwelle zu, was vermutlich auf die Vermehrung der Ladungsträger zurückzuführen ist, während sie in der Halbwelle nach der Zündung manchmal weiter ansteigt, manchmal aber auch kleiner wird oder überhaupt verschwindet. Die RÖNTGEN-Strahlungsintensität ist bei einem Druck von $1 - 2 \cdot 10^{-2}$ Torr am größten und nimmt zu höheren Drucken hin stark ab.

Abb. 8 zeigt, wie sich der zeitliche Verlauf der RÖNTGEN-Strahlungsintensität mit steigendem Gasdruck (bei konstanter, schwacher HF-Vorionisierung) in charakteristischer Weise verändert. Aus den Schwingungen, die den entsprechenden dI/dt -Kurven überlagert sind, und durch Änderung der Plasma-induktivität hervorgerufen werden, kann man qualitativ den Ionisierungsgrad in den einzelnen Halbwellen, der ebenfalls vom Druck abhängt, ersehen.

In der Halbwelle vor der Zündung treten glockenförmige RÖNTGEN-Impulse auf, die sich über die ganze Halbwelle erstrecken und symmetrisch zum Magnetfeldmaximum liegen. Da sich die Zündung mit steigendem Fülldruck zu früheren Halbwellen verschiebt, verschiebt sich entsprechend auch dieser

Impuls, der bei $1 \cdot 10^{-2}$ Torr in der dritten, bei $3 \cdot 10^{-2}$ in der zweiten Halbwelle liegt. Messungen der Härte dieser RÖNTGEN-Strahlung, auf die im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird, zeigen, daß ihr zeitlicher Verlauf etwa dem äußeren Magnetfeld proportional ist, wodurch der glockenförmige Intensitätsverlauf zustande kommt.

In der Halbwelle, die der eben beschriebenen vorausgeht, wird meistens ebenfalls harte RÖNTGEN-Strahlung beobachtet. Ihr zeitlicher Verlauf unterscheidet sich jedoch in charakteristischer Weise von dem beschriebenen Intensitätsverlauf: Er zeigt eine starke Asymmetrie bezüglich der ersten und zweiten Hälfte der Halbwelle (Abb. 8 a und b). In der ersten Hälfte ist die Intensität sehr gering und zeitlich nahezu konstant, während sie in der zweiten Hälfte einen mehr oder weniger glockenförmigen Verlauf hat, dessen Maximum etwa den zehnfachen Wert der Intensität in der ersten Hälfte hat. Härtemessungen zeigen, daß dieser Intensitätsverlauf nur zum Teil durch eine entsprechende Asymmetrie im Härteverlauf bedingt ist. Er deutet darauf hin, daß nach dem Magnetfeldmaximum bedeutend mehr Elektronen auf die Gefäßwand treffen und dort RÖNTGEN-Strahlung erzeugen als vorher.

Zur qualitativen Deutung dieser Intensitätsverläufe gehen wir von der im theoretischen Teil behandelten Tatsache aus, daß nur solche Elektronen hohe Energie gewinnen können, die etwa beim Nulldurchgang des Magnetfeldes vorhanden waren, während Elektronen, die nach einer Zeit $t > |\dot{\omega}_g|^{-1/2}$ gebildet werden, nur noch geringfügig beschleunigt werden und für die beobachtete RÖNTGEN-Strahlung nicht in Frage kommen. Beim Verlust der hochenergetischen Elektronen an die Gefäßwand werden zwei Prozesse eine Rolle spielen. Die Elektronen bewegen sich teils entlang der Magnetfeldlinien und treffen außerhalb der Spule auf die Gefäßwand, teils können sie sich auf Grund ihrer Driftbewegung und infolge von Stößen auch senkrecht zum Magnetfeld bewegen und innerhalb der Spule auf die Wand treffen. Die sich über die ganze Halbwelle erstreckende RÖNTGEN-Strahlung kann nur entstehen, wenn innerhalb der Spule ein Gebiet existiert, in dem das Magnetfeld homogen ist oder zu den Spulenden hin ansteigt, da sonst das begrenzte Reservoir an energiereichen Elektronen rasch durch axiale Verluste erschöpft wäre. Dies erklärt, warum derartige RÖNTGEN-Impulse nur bei langen Spulen oder Spulen mit magnetischen Spiegeln beobachtet werden. Die kurzzeitigen RÖNTGEN-Impulse beim Nulldurchgang des Magnetfeldes dagegen werden vermutlich von Elektronen erzeugt, die aus den Spulenden stammen, wo das Magnetfeld nach außen abfällt.

Die vorher beschriebene Beobachtung des zum Magnetfeldmaximum asymmetrischen RÖNTGEN-Impulses deutet darauf hin, daß der Teilchenverlust in diesem Fall weniger entlang der Magnetfeldlinien erfolgt, sondern im wesentlichen durch die Drift der Teilchen bedingt ist. In den Halbwellen, in denen dieser RÖNTGEN-Impuls auftritt, ist die Ladungsträgerdichte wahrscheinlich so gering, daß etwa die in Abb. 1 a dargestellte \mathcal{E} -Feldverteilung vorliegt. Dann ist die Driftgeschwindigkeit in Wandnähe überall parallel zur Gefäßwand außer im Bereich der Spulenzuleitung (und dem der Spulenzuleitung gegenüberliegenden Punkt, wo sie jedoch gegen Null geht). Im Bereich der Spulenzuleitung ist sie senkrecht zur Gefäßwand gerichtet. Da die Drift in der ersten Hälfte der Halbwelle von der Zuleitung weggerichtet ist, in der zweiten Hälfte zu ihr hin, können nur in der zweiten Hälfte Elektronen in größerer Zahl auf Grund ihrer Drift auf die Wand treffen.

Die zum Magnetfeldmaximum symmetrischen RÖNTGEN-Impulse dagegen treten in der Halbwelle unmittelbar vor der Zündung auf, wo die Ladungsträgerdichte bereits verhältnismäßig groß ist. Hier kann beim Nulldurchgang des Magnetfeldes durch elektrostatische Aufladung der Gefäßwand ein elektrisches Feld nach Abb. 1 b entstehen. Im weiteren Verlauf der Halbwelle wird die Aufladung der Gefäßwand wahrscheinlich erhalten bleiben, während die induzierte elektrische Feldstärke abnimmt und nach dem Magnetfeldmaximum ihre Richtung umkehrt. Daraus werden ein elektrisches Feld und eine Teilchendrift resultieren, die ihre Richtung beim Magnetfeldmaximum nicht umkehren, so daß sich der Teilchenverlust während der Halbwelle weniger ändert als im vorher beschriebenen Fall. In beiden Fällen wird dem durch die Drift bedingten Teilchenverlust ein Verlust entlang den Magnetfeldlinien überlagert sein.

Zeitlicher Verlauf der Härte der RÖNTGEN-Strahlung

Um die theoretisch ermittelte Energieverteilung der RÖNTGEN-Strahlung und die der Berechnung zugrunde gelegten \mathcal{E} -Feldverteilungen zu prüfen, wurden zeitlich aufgelöste Absorptionsmessungen durchgeführt. Mit zwei Szintillationszählern, von denen einer mit 1, 2, 4 oder 6 mm starken Kupferfolien abgeschirmt war, wurde der Intensitätsverlauf mit (X_d) und ohne Absorber (X_0) gemessen und das Intensitätsverhältnis $A = X_d/X_0$ bestimmt.

Beim Vergleich dieser Messungen mit der Theorie wird zusätzlich zu den in der Theorie bereits enthaltenen vereinfachenden Annahmen (homogenes Magnetfeld in der Spule, vernachlässigbare Energieverluste durch Stöße, keine Sekundärelektronen aus der Wand) angenommen, daß die an der Gefäßwand RÖNTGEN-Strahlen erzeugenden Elektronen dieselbe Energieverteilung haben wie diejenigen im Innern des Spulenvolumens, also eine Verteilung nach Gl. (26) bzw. (29). Diese Annahme ist erfüllt, wenn die Verlustrate der Elektronen an die Wand unabhängig von der Energie ist, die sie in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld gewinnen. Dies trifft sowohl auf die axiale Bewegung der Elektronen im homogenen Magnetfeld zu (der inhomogene Feldbereich wird so schnell durchlaufen, daß sein Einfluß für den Vergleich mit dem Experiment vernachlässigt werden kann) als auch auf die Driftbewegung senkrecht zum Magnetfeld. Die Annahme ist nicht

mehr gerechtfertigt, sobald Stöße eine wesentliche Rolle beim Teilchenverlust spielen.

Für die RÖNTGEN-Strahlungsintensität im Energiebereich $w \dots w + dw$, welche durch Elektronen der Energie W erzeugt wird, nehmen wir die Verteilung⁴

$$g(w, W) dw = \begin{cases} C(W - w) dw & \text{für } w \leq W, \\ 0 & \text{für } w > W \end{cases} \quad (30)$$

an, wobei C unabhängig von w und W und der Zahl der auf die Wand auftreffenden Elektronen proportional ist.

Daraus kann man zusammen mit der Energieverteilungsfunktion der erzeugenden Elektronen $dN^* = F(W^*) dW^*$ die Energieverteilung $f(w^*) dw^*$ der resultierenden RÖNTGEN-Strahlung ermitteln

$$f(w^*) dw^* = dw^* m_0 c^2 \int_{w^*}^{\infty} g(w^*, W^*) F(W^*) dW^*$$

mit $w^* = w/m_0 c^2$. (31)

Abb. 10 zeigt für die gleichen Parameter wie in Abb. 6 den Verlauf von $f(w^*)$ für die beiden Elek-

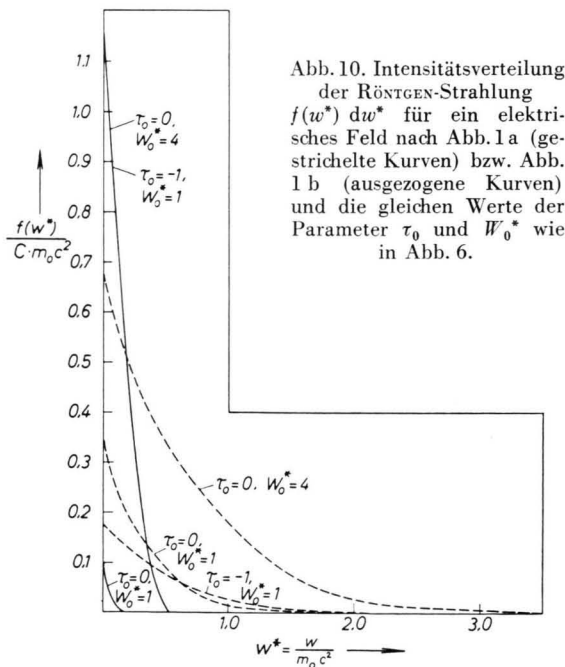


Abb. 10. Intensitätsverteilung der RÖNTGEN-Strahlung $f(w^*) dw^*$ für ein elektrisches Feld nach Abb. 1a (gestrichelte Kurven) bzw. Abb. 1b (ausgezogene Kurven) und die gleichen Werte der Parameter τ_0 und W_0^* wie in Abb. 6.

tronenenergieverteilungen nach Gl. (26) (gestrichelte Kurven) und Gl. (29) (ausgezogene Kurven), wobei im ersten Fall zur Erleichterung der Integra-

tion im hier interessierenden Energiebereich Gl. (22) durch

$$W/(m_0 c^2) = \sqrt{2 \mu |B|/(m_0 c^2)}$$

angenähert wurde.

Aus der Energieverteilungsfunktion der RÖNTGEN-Strahlung $f(w^*)$ erhält man mit dem energieabhängigen Absorptionskoeffizienten $\mu(w)$ des Absorbers der Dicke d und der Empfindlichkeit des Szintillationszählers $\alpha(w)$ für RÖNTGEN-Strahlung verschiedener Härte das Verhältnis der von den Szintillationszählern nachgewiesenen RÖNTGEN-Strahlungsintensitäten

$$A = \frac{X_d}{X_0} = \frac{\int_0^{\infty} f(w) \alpha(w) e^{-\mu(w) d} dw}{\int_0^{\infty} f(w) \alpha(w) dw}. \quad (32)$$

Ein ungefährender Wert von $\alpha(w)$ für die verwendeten Plastiksintillatoren wurde berechnet, indem auf Grund bekannter totaler Wirkungsquerschnitte σ von Polyvinyltoluol die Wahrscheinlichkeit für Stöße eines RÖNTGEN-Quants der Energie w im Kristall mit der Linearabmessung L abgeschätzt und mit Hilfe der Energieabsorptionsquerschnitte σ_a die dem Kristall im Laufe der möglichen Stöße insgesamt zugeführte Energie ermittelt wurde. Es wurde angenommen, daß die vom Photomultiplier registrierten Lichtimpulse der im Kristall absorbierten Energie

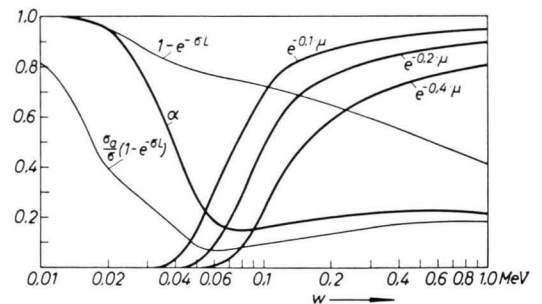


Abb. 11. Durchlässigkeit $e^{-\mu d}$ einer Kupferfolie von 1, 2 bzw. 4 mm Dicke und abgeschätzte Empfindlichkeit α der verwendeten Plastiksintillatoren in Abhängigkeit von der Härte der RÖNTGEN-Strahlung w .

proportional sind. Abb. 11 zeigt die so gewonnene Kurve für die Empfindlichkeit des Szintillationszählers $\alpha(w)$, zusammen mit der Wahrscheinlichkeit für einen Stoß $1 - e^{-\sigma L}$ des Quants der Energie w und der dabei im Mittel absorbierten Energie $(\sigma_a/\sigma) (1 - e^{-\sigma L})$.

⁴ H. A. KRAMERS, Phil. Mag. **46**, 836 [1923].

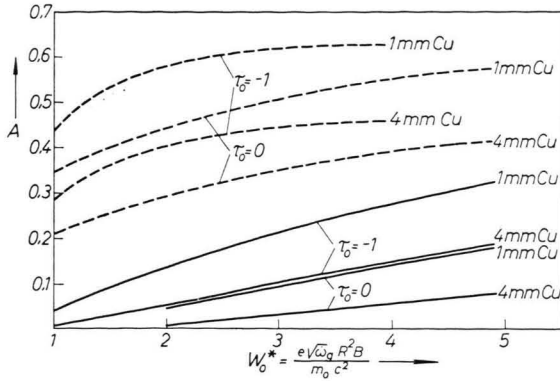


Abb. 12. Berechnete Werte des von einem Szintillationszähler der Empfindlichkeit α nachgewiesenen Intensitätsverhältnisses

$$A = \int_0^{\infty} f \alpha e^{-\mu d} dw \int_0^{\infty} f \alpha dw$$

von RÖNTGEN-Strahlen der Intensitätsverteilung f nach Abb. 10 mit und ohne Abschwächung durch eine 1, 2 oder 4 mm starke Kupferfolie in Abhängigkeit von W_0^* und τ_0 . Gestrichelte Kurven für elektrisches Feld nach Abb. 1 a, ausgezogene für ein solches nach Abb. 1 b.

Die Berechnung der Integrale in Gl. (32) ergibt einen theoretischen Wert des Intensitätsverhältnisses A , der für die beiden als Grenzfälle angenommenen Feldverteilungen nach Gl. (5) (gestrichelte Kurven) und Gl. (7) (ausgezogene Kurven) in Abb. 12 als Funktion von

$$W_0^* = e \sqrt{\omega_g} R^2 B / (m_0 c^2)$$

für den Parameter $\tau_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_g} t_0$ dargestellt ist. Daraus erhält man durch Einsetzen der Daten des Entladungskreises [$R = 2,2$ cm, $B = B(t)$ und $\sqrt{\omega_g} = 0,998 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau_0 = 0$ für die 1. Halbwelle

bzw. $\sqrt{\omega_g} = 0,915 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau_0 = -1$ für die 2. Halbwelle] den theoretischen zeitlichen Verlauf von A , der in Abb. 13 mit den experimentellen Werten X_d/X_0 verglichen wird. $B(t)$ ist in Abb. 13 mit eingezeichnet. Die durch gleiche Zeichen markierten Meßpunkte innerhalb einer Halbwelle stammen jeweils von einer Entladung. Die relativen Fehler dieser Meßpunkte untereinander, die hauptsächlich durch die Ungenauigkeit der zeitlichen Zuordnung der Intensitätsverläufe X_d und X_0 bedingt sind, sind in der Abbildung eingezeichnet. Dazu kommt noch ein hauptsächlich durch die Eichung der Szintillationszähler bedingter absoluter Fehler von etwa 20%.

Die Meßreihen der Abb. 13 gehören, mit Ausnahme der durch Kreuze (+ + +) gekennzeichneten Meßreihe in der 2. Halbwelle, auf die hernach gesondert eingegangen wird, zu RÖNTGEN-Impulsen, die in der Halbwelle unmittelbar vor der Zündung liegen und symmetrisch zum Magnetfeldmaximum sind. Die Meßreihen der 1. Halbwelle stammen aus Entladungen bei höherem Druck ($3 - 4 \cdot 10^{-2}$ Torr) als die der 2. Halbwelle ($2 - 3 \cdot 10^{-2}$ Torr). In ihrem zeitlichen Verlauf, d. h. in ihrer Abhängigkeit vom zeitlich veränderlichen Magnetfeld, stimmen die Meßwerte qualitativ gut mit den berechneten Kurven überein. Die bessere Übereinstimmung der Meßwerte mit den ausgezogenen Kurven deutet darauf hin, daß in der Halbwelle vor der Zündung – zumindest im Zeitbereich um den Nulldurchgang des Magnetfeldes, der die Energieverteilung der energiereichen Elektronen bestimmt – ein elektrisches Ringfeld nach Abb. 1 b vorhanden ist.

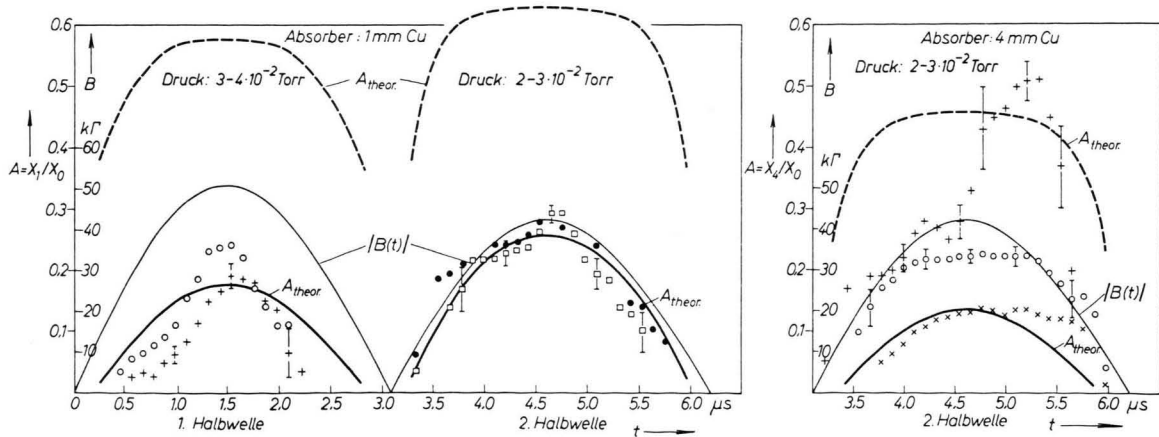


Abb. 13. Vergleich des theoretischen zeitlichen Verlaufs von $A = X_d/X_0$ (gestrichelte Kurven für ein elektrisches Feld nach Abb. 1 a, ausgezogene für ein solches nach Abb. 1 b) mit experimentellen Werten, die aus der Messung des zeitlichen Verlaufs der RÖNTGEN-Strahlungsintensitäten mit (X_d) und ohne Absorber (X_0) gewonnen wurden.

Die durch Kreuze (+ + +) gekennzeichnete Meßreihe⁵ der 2. Halbwelle dagegen gehört zu einem bezüglich des Magnetfeldmaximums asymmetrischen RÖNTGEN-Impuls, wie er in Abb. 8 b dargestellt ist. Solche RÖNTGEN-Impulse, für die der durch + + + wiedergegebene zeitliche Verlauf von A typisch ist, treten dann in der 2. Halbwelle auf, wenn beim folgenden Nulldurchgang des Magnetfeldes nur eine schwache Zündung des Gases zu beobachten ist, während bei starker Zündung (hervorgerufen z. B. durch höheren Fülldruck) in der 2. Halbwelle der erwähnte symmetrische Impuls auftritt, wie er in Abb. 8 c wiedergegeben ist. Die durch Kreuze gekennzeichneten Meßpunkte haben in der 2. Hälfte der Halbwelle Werte, die weit über denen der übrigen Meßreihen liegen und die gestrichelte Kurve erreichen. Dies deutet darauf hin, daß in diesem Fall zu Beginn der 2. Halbwelle eine \mathcal{C} -Feldverteilung nach Abb. 1 a vorlag, was schon bei der Deutung des asymmetrischen Intensitätsverlaufs vermutet wurde.

Abhängigkeit der Härte von den Anfangsbedingungen, die durch Überlagerung eines stationären Magnetfeldes geändert werden

Die Energie der Elektronen, die für die Härte der beobachteten RÖNTGEN-Strahlung ausschlaggebend sind, hängt nach Gl. (22) und (23) nicht nur vom zeitlich veränderlichen Magnetfeld B ab — diese Zeitabhängigkeit der Härte wurde im letzten Abschnitt untersucht —, sondern auch vom Magnetfeld B_0 , das zur Zeit t_0 , zu der ein Elektron im ansteigenden Magnetfeld losläuft, vorhanden ist. Ist B_0 negativ, so nimmt das Magnetfeld zunächst ab (Abb. 5 a), die Zeit $t_1 - t_0$, in der das Elektron im wesentlichen dem elektrischen Feld folgt und nicht-adiabatisch Energie gewinnt, ist relativ lang und das Elektron kommt auf hohe Energien. Bei positivem B_0 (Abb. 5 c) ist es umgekehrt. In Abb. 4 ist die Abhängigkeit der adiabatischen Invarianten μ und damit der Elektronenenergie von t_0 dargestellt. Wegen dieser Abhängigkeit der Elektronenenergie von den Anfangsbedingungen ist zu erwarten, daß die RÖNTGEN-Strahlung in der 2. Halbwelle der Hauptentladung, wo das Magnetfeld von negativen Werten kommend durch Null geht, härter ist als in der 1. Halbwelle, wo es von Null ansteigt. Wie Abb. 13

zeigt, sind zum Beispiel bei 1 mm Kupfer die theoretischen Werte für A (ausgezogene Kurven) in der 2. Halbwelle etwa um einen Faktor 1,5 höher als in der 1. Halbwelle. Das experimentelle Ergebnis stimmt im Rahmen der Meßgenauigkeit mit dieser erwarteten Zunahme der Härte überein.

Um die Abhängigkeit der Elektronenenergie von den Anfangsbedingungen genauer zu prüfen, wurde eine Zusatzbatterie mit einer Periode von $650 \mu\text{s}$ über die Spule entladen und damit zum Zeitpunkt der Hauptentladung ein quasistationäres Magnetfeld von $-200 \leq B_0 \leq 200$ Gauss erzeugt. Diese relativ kleinen B_0 -Felder genügen, um in der ersten Halbwelle der Hauptentladung bei $\dot{B} > 0$

$$\tau_0 = \frac{1}{2} V \sqrt{\omega_g} \quad t_0 = \frac{1}{2} V \sqrt{\omega_g} B_0 / \dot{B}$$

zwischen $\tau_0 = -1,8$ und $\tau_0 = 1,8$ zu variieren. Um schon in der ersten Halbwelle glockenförmige, zum Magnetfeldmaximum symmetrische RÖNTGEN-Impulse zu erhalten, wurden die Entladungen bei einem Druck von etwa $3,5 \cdot 10^{-2}$ Torr und mit HF-Vorionisierung ausgeführt. Die Zündung des Gases erfolgte dann zu Beginn der zweiten Halbwelle. Abb. 14 zeigt das zum Zeitpunkt des Magnetfeldmaxi-

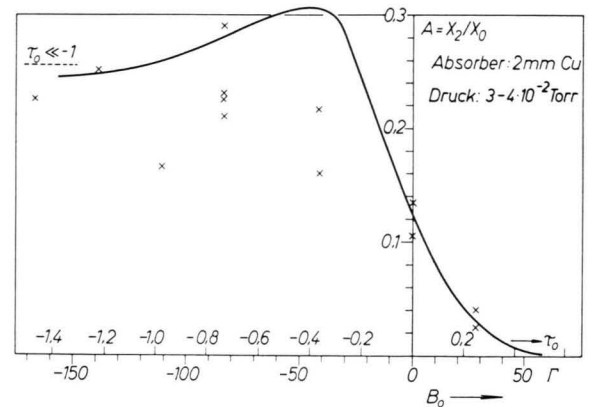


Abb. 14. Gemessene Abhängigkeit der Größe A von einem stationären überlagerten Magnetfeld B_0 und Vergleich mit der theoretisch für ein elektrisches Feld nach Abb. 1 b zu erwartenden Abhängigkeit.

mums gemessene Verhältnis $A = X_2/X_0$ der RÖNTGEN-Strahlungsintensitäten mit einem 2 mm starken Kupferabsorber X_2 und ohne Absorber X_0 in Abhängigkeit vom überlagerten Magnetfeld B_0 bzw. der Anfangszeit τ_0 . Die ausgezogene Kurve stellt die für das elektrische Ringfeld nach Abb. 1 b berechnete Abhängigkeit dar, die sich durch Umrechnung von μ auf A aus dem in Abb. 4 dargestellten

⁵ Die Meßwerte wurden uns freundlicherweise von E. BARBIAN aus der in ³ zitierten Arbeit mitgeteilt.

Verlauf ergibt. Unter der Annahme eines elektrischen Feldes nach Abb. 1 a erhält man für $\tau_0 = 0$ ein theoretisches A von 0,51 und für $\tau_0 = -1,0$ ein A von 0,57. Die gemessenen Werte liegen weit unter diesen Werten, stimmen dagegen qualitativ gut mit der unter der Annahme eines elektrischen Ringfeldes berechneten Kurve überein. Diese Annahme erscheint auch wegen der Vorionisierung und der erwähnten starken Zündung zu Beginn der zweiten Halbwelle gerechtfertigt. Die Meßwerte zeigen deutlich, daß die RÖNTGEN-Strahlung bei Überlagerung von $B_0 < 0$ härter wird. Bei Überlagerung von $B_0 > 0$ ging die Intensität der RÖNTGEN-Strahlung so stark zurück, daß für $B_0 > 30 I$ keine Absorptionsmessungen mehr gemacht werden konnten. Die Meßpunkte bei $+30 I$ zeigen die erwartete Abnahme der Härte. Als Ergänzung dieser Messungen sei darauf hingewiesen, daß LITTLE u. a.⁶ bei Überlagerung von $B_0 < 0$ eine Zunahme der RÖNTGEN-Strahlungsintensität, bei $B_0 > 0$ eine Abnahme beobachteten, die ebenfalls etwa dem überlagerten Magnetfeld proportional war. Messungen der Härte wurden in dieser Arbeit nicht mitgeteilt.

Schlußbemerkung

Die gute Übereinstimmung der in der Halbwelle vor der Zündung an den symmetrischen RÖNTGEN-Impulsen gemessenen Intensitätsverhältnisse A

(Abb. 13) mit den theoretischen Werten, die unter der Annahme eines rotations-symmetrischen \mathcal{E} -Feldes (Abb. 1 b) abgeschätzt wurden, deutet darauf hin, daß zu Beginn dieser Halbwelle ein derartiges \mathcal{E} -Feld existiert. Sie deutet weiter darauf hin, daß der Elektronenverlust an die Wand in diesem Fall während der ganzen Halbwelle annähernd konstant und unabhängig von der Energie der Elektronen ist.

In früheren Halbwellen, wo die Ladungsträgerdichte geringer ist, werden RÖNTGEN-Impulse beobachtet, deren zum Magnetfeldmaximum asymmetrischer Intensitätsverlauf qualitativ durch eine \mathcal{E} -Feldverteilung nach Abb. 1 a erklärt werden kann. Auch die an diesen Impulsen gemessenen Intensitätsverhältnisse A (Abb. 13, + + +) stimmen besser mit den theoretischen Werten überein, die auf einer \mathcal{E} -Feldverteilung nach Abb. 1 a beruhen, werden aber in ihrem zeitlichen Verlauf nicht richtig wiedergegeben. Dies scheint darauf zu beruhen, daß die Elektronen in diesem Fall ihre Energieverteilung bei der Bewegung zur Wand ändern, und soll in einer weiteren Arbeit untersucht werden².

Herrn Prof. Dr. E. FÜNFER und Herrn Prof. Dr. A. SCHLÜTER danken wir für ihre Hilfe bei der Diskussion der Arbeit.

⁶ E. M. LITTLE, W. E. QUINN u. F. L. RIBE, Phys. Fluids **4**, 711 [1961].